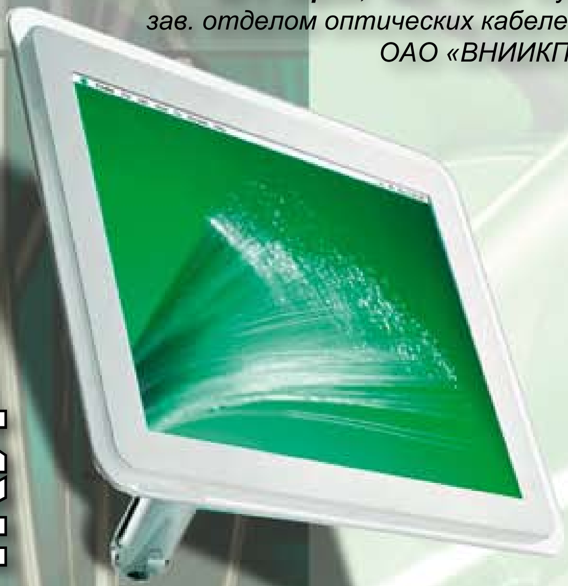
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОСЫЛКИ

для создания математической модели оптических кабелей – шаг к компьютерным методам описания, расчета и диагностики кабельного изделия



***Ю.Т. Ларин**, канд. техн. наук,*
зав. отделом оптических кабелей
ОАО «ВНИИКП»

Постановка задачи

Разработка оптических кабелей (ОК) сложная и чрезвычайно дорогая задача, так как для этого используют дорогие материалы высокого качества и самое современное технологическое оборудование, напичканное электроникой, увязанное в единую компьютерную сеть управления, контроля и учета. Для проведения НИОКР используют дорогостоящее контрольно-измерительное оборудование, а для проведения испытаний образец кабеля имеет длину не менее километра для получения приемлемой точности измерения. Работу конструктора ОК можно образно сравнить со снайпером, когда точность технического решения сравнима с единичным выстрелом в «десятку».

Появление ЭВМ существенно облегчило работу конструкторов и технологов. Появились программы расчета масс и габаритов. Проводились исследования теплофизических задач при рассмотрении процессов в агрегатах непрерывной вулканизации, эмалировании проводов и пр. [1]. Однако комплексных программ, позволяющих рассчитать конструкцию ОК с учетом требований внешних воздействующих факторов, геометрии, влияния материалов при их переработке и поведения их во времени, температуры и пр., не существовало.

Алгоритм расчета ОК был разработан еще в 1985 году [2] и заключался в следующем:

Расчет внешних механических факторов, воздействующих на ОК
↓
Расчет механической прочности ОК
↓
Корректировка конструкции ОК на основе методов расчета термостабильной конструкции
↓
Выбор полимерных материалов и элементов конструкции ОК на их основе
↓
Корректировка конструкции ОК на основе требований к продольной и поперечной герметизации ОК
↓
Ускоренные испытания на надежность и на воздействие специальных факторов

При этом, параметром-критерием годности можно выбрать любую характеристику ОК, но лучше всего универсальным показателем можно считать коэффициент затухания, точнее его стабильность во времени. При этом надо установить связь между затуханием и конструктивными элементами.

Математическая формулировка задачи оптимального проектирования.

Для решения на ЭВМ задач оптимального проектирования конкретных технических объектов, например ОК, необходимо иметь их математические модели, процесс построения которых содержит следующие общие этапы [3, 4]:

– формализация задачи проектирования;
– анализ и квантификация существенных свойств моделируемого ОК;
– построение математического описания, отражающего взаимосвязь существенных свойств ОК между собой.

Формализация задачи проектирования.

Исходной информацией при этом являются данные о назначении, условиях применения и режимах работы проектируемого ОК, которые позволяют определить основную цель (задачу) проектирования и формализовать требования, предъявляемые к проектируемому ОК.

Анализ и квантификация существенных свойств моделируемого ОК.

Каждый ОК характеризуется некоторым набором свойств (величин, отражающих поведение ОК и учитывающих как технико-экономические показатели, так и условия функционирования), которые соответствуют целям его применения и могут быть измерены или вычислены.

Пусть n свойств являются независимыми друг от друга и могут варьироваться в некоторых пределах (например, количество оптических волокон, строительная длина, геометрические размеры, оптические характеристики и пр.).

Обозначим их вектором $\vec{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ и назовем управляемыми переменными (или параметрами).

Другие m свойств являются зависимыми от параметров (например, геометрические размеры элементов конструкции и их форма, количество корделей заполнения, масса, размеры защитных покровов оптических волокон, материалы и пр.) и называются характеристиками – обозначим их вектором $\vec{J} = (J_1, J_2, ..., J_m)$. Параметры и характеристики определяют объект (ОК) проектирования (или просто ОК).

Кроме управляемых переменных, характеристики могут зависеть от оставшихся l свойств, которые являются случайными величинами.

Назовем их внешними факторами и обозначим вектором $\vec{Y} = (y_1, y_2, ..., y_l)$. Внешние факторы образуют среду, в которой рассматривается ОК (температура, влажность и прочие климатические и механические факторы).

Построение математического описания, отражающего взаимосвязь существенных свойств ОК между собой.

Управляемые переменные и внешние факторы играют роль независимых переменных, а характеристики являются зависимыми от этих величин. Соотношения, выражающие эти зависимости, будем называть математическим описанием ОК:

$$J_1 = J_1(x_1, x_2, ..., x_n, y_1, y_2, ..., y_l) \tag{1}$$

. . . .

$$J_m = J_m(x_1, x_2, ..., x_n, y_1, y_2, ..., y_l) \tag{2}$$

или в векторной форме

$$\vec{J} = \vec{J}(\vec{X}, \vec{Y})$$

Зависимости $\vec{J}(\vec{X}, \vec{Y})$ в общем случае представляют собой отображение между двумя множествами свойств проектируемого ОК $\vec{J}$ и $(\vec{X}, \vec{Y})$. Они могут быть заданы различными способами: с помощью формул, графиков, таблиц, алгоритмов вычисления характеристик или решения систем дифференциальных и трансцендентных уравнений.

Таким образом, под математической моделью реального ОК будем понимать конечное множество переменных $\{\vec{X}, \vec{Y}\}$ вместе с математическими связями (2) между ними и характеристиками $\vec{J}$. Если математическое описание ОК не содержит элементов случайности (в этом случае внешние факторы отсутствуют), модель называется детерминированной в том смысле, что характеристики $\vec{J}$ однозначно определяются параметрами $\vec{X}$:

$$\vec{J} = \bar{J}(\bar{X}) \tag{3}$$

Модели, в которых приходится учитывать случайные факторы $\vec{Y}$, называются вероятностными или стохастическими.

Для каждого проектируемого ОК можно построить несколько математических моделей. В зависимости от постановки задачи разрабатывается та или иная модель, которая отражает локальные свойства рассматриваемого ОК и полностью определяется знаниями и опытом разработчиков – специалистов в данном вопросе. Последнее требование ослабляется при построении модели по методу группового учета аргументов. Однако общее требование к любой модели состоит в том, что она должна быть адекватна реальному ОК, то есть ее математическое описание должно с заданной точностью отражать существенные свойства, присущие конкретному ОК. Из-за большого числа взаимосвязей свойств ОК, как между собой, так и со средой, построение полностью адекватной модели практиче-ски невозможно, поэтому при построении математической модели необходимо добиваться компромисса между ожидаемой точностью результатов и сложностью модели ОК. Точность модели полностью определяет достоверность тех результатов, которые получаются в процессе оптимизации.

Любая характеристика $\vec{J}_i(\vec{X})$ ОК, заданного детерминированной математической моделью (3), полностью определяется вектором управляемых переменных $\vec{X}$. В процессе проектирования стремятся выбрать численные значения составляющих этого вектора таким образом, чтобы удовлетворить требованиям, предъявляемым к проектируемому ОК. Эти требования весьма разнообразны и определяются многими факторами, наиболее важными из которых являются:

– условия реализуемости;

– условия эксплуатации, гарантирующие надежную и экономичную работу объекта;

– техническое задание на характеристики и параметры ОК и т.д.

При математической формулировке задач оптимального проектирования удовлетворение этих требований сводится к выполнению системы ограничений, которые накладываются как на управляемые переменные $\vec{X}$, так и на характеристики $\vec{J}$. Несмотря на разный физический смысл требований, предъявляемых к проектируемым ОК, ограничения на параметры и характеристики можно записать в виде системы неравенств:

$$x_i \le x_j \le x_i^+, \qquad j = 1,2,...,n, \tag{4}$$

$$J_i^- \le J_i(\vec{X}) \le J_i^+, \quad i=1,2,...,m, \qquad (5)$$

где x_i^-, x_i^+ – значения *j* управляемой переменной, характеризующие область ее возможных значений (изменений), исходя из условий эксплуатации ОК, технологии его изготовления, физических и конструктивных соображений; J_i^-, J_i^+ – предельные значения требований, наложенных на *i*-ю характеристику.

Ограничения (5) эквивалентны следующей системе неравенств, записанной в векторной форме:

$$\vec{G}(\vec{X}) \ge 0 \qquad (6)$$

где $\vec{G}(\vec{X}) = \left[G_1(\vec{X}), G_2(\vec{X}), ..., G_m(\vec{X})\right]$;

$$G_i(X) = \left| \begin{array}{l} J_i(X) - J_i^- \\ J_i - J_i(\vec{X}) \end{array} \right. \text{, если } \begin{array}{l} J_i(X) \ge J_i^- \\ J_i(X) \le J_i \end{array};$$

Очевидно, что к ограничениям (6) могут быть сведены ограничения типа равенств

$\vec{G}(\vec{X}) = \vec{0}$ путем замены их парой неравенств:

$$\vec{G}(\vec{X}) \ge \vec{0}, \; -\vec{G}(\vec{X}) \ge \vec{0}$$

Под решением задачи оптимального проектирования будем понимать процесс выбора управляемых переменных $\vec{X}$, принадлежащих допустимой области D и обеспечивающих оптимальное значение некоторой характеристики объекта $Q(\vec{X})$. Эта характеристика, показывающая относительное «предпочтение» одного варианта по отношению к другим, называется критерием оптимальности (функцией цели, критерием эффективности, функцией полезности и т.п.). Экстремальное значение критерия оптимальности $Q(\vec{X})$ численным образом характеризует наиболее важное свойство объекта (либо некоторую комбинацию таких свойств, например, стабильность коэффициента затухания во времени и (или) минимальный срок службы ОК). В зависимости от цели проектирования необходимо получить либо минимум, либо максимум величин соответственно или и то, и другое в совокупности.

Пусть для определенности требуется, чтобы критерий оптимальности был минимален (максимизация функции $Q(\vec{X})$ сводится к минимизации функции минус $Q(\vec{X})$):

$$\min Q(\vec{X}) \qquad (7)$$

$$X \le D$$

Выражение (7) является сокращенной записью следующей задачи оптимизации.

Найти вектор $\vec{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, обеспечивающий минимальное значение критерия оптимальности

$$Q = Q(x_1, x_2, ..., x_n) \qquad (8)$$

при выполнении системы неравенств

$$\vec{G}_1(x_1, x_2, ..., x_n) \ge 0, \quad i=1,2,...,m \qquad (9)$$

$$x_i^- \le x_i \le x_i^+, \quad j=1,2,...,n \qquad (10)$$

Таким образом, решение задачи оптимального проектирования сводится к решению задачи оптимизации (8)-(10), то есть к определению оптимального решения $\vec{X}*$, удовлетворяющего неравенствам (9)-(10) и обеспечивающего минимальное значение критерия оптимальности (8).

Например, при выборе в качестве критерия оптимизации ОК коэффициента затухания, связанного с рассеянием света в ОК, вызванного, как линейными, так и нелинейными эффектами, Q является нелинейной функцией конструктивных параметров ОК. В этом случае задача (8)-(10) называется задачей нелинейной оптимизации.

В задачах оптимального проектирования часто возникает необходимость получить наилучшие значения для нескольких характеристик ОК, т.е. требуется определить такие значения управляемых переменных $X \le D$, которые обеспечивают минимум одновременно по всем введенным критериям оптимальности $Q_k(\vec{X}), k=1,2,...,s$. Обычно эти критерии противоречивы и оптимизация по каждому из них приводит к разным значениям управляемых переменных $\vec{X}$. В связи, с этим для совместного учета всей совокупности частных критериев необходимо рассматривать векторный критерий оптимальности

$$\vec{Q}(\vec{X}) = \left[Q_1(\vec{X}), ..., Q_s(\vec{X})\right],$$

приводящий к задаче многокритериальной оптимизации, решение которой в общем случае, не являясь оптимальным ни для одного из частных критериев (в смысле постановки задачи (7)), оказывается компромиссным для вектора $Q(\vec{X})$ в целом, и может быть получено лишь в интерактивном режиме, то есть при участии человека (эксперта).

При рассмотрении вероятностной математической модели ОК (2) определение оптимального решения $\vec{X}*$, не зависящего от конкретной реализации $\vec{Y}$, сводится к решению задачи нелинейной оптимизации (7), в которой статистическая природа исходной задачи проявляется только на этапе вычисления критерия оптимальности и ограничений, и не влияет на выбор алгоритма оптимизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исследование процесса регулирования технологических параметров при изготовлении оптических модулей с целью оптимизации эксплуатационных характеристик волоконно-оптических кабелей.// Е.Н. Барышников. Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.т.н. – М.: 2003.

2. Гроднев И.И., Ларин Ю.Т., Теумин И.И. Оптические кабели. Конструкции, характеристики, производство и применение. Москва. Энергоатомиздат. 1985.

3. Система автоматизированного проектирования оптических кабелей (постановка задачи).// Ю.Т. Ларин, Э.Я. Геча. Всесоюзная конференция «Волоконная оптика», М.: 1-4 апреля 1990 г.

4. Разработка программы «Банк данных BIBIS» для персональной ЭВМ.// С.И. Буянов, Ю.Т. Ларин, Н.Н. Хренков, Н.В. Крупенин./Исследования и производство кабелей и проводов. Сб. научных трудов ВНИИКП, М.: Энергоатомиздат, 1991, с. 111-122.